

Operações fundamentais com frações: erros cometidos por estudantes do 9º ano

Autores:

Jeferson de Almeida Feitosa

Graduando em Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Sergipe - Campus Professor Alberto Carvalho, Itabaiana - SE.

Teresa Cristina Etcheverria

Doutora em Educação Matemática. Professora da Área de Ensino de Matemática da Universidade Federal de Sergipe - Campus Professor Alberto Carvalho, Itabaiana - SE.

Resumo

O objetivo desse artigo é abordar sobre o desempenho dos alunos e verificar as principais dificuldades na realização de operações com frações. Para tanto, os dados foram coletados por meio da aplicação de um questionário aplicado a 14 estudantes de uma turma do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública do interior do estado de Sergipe. Também, foi aplicado um questionário a uma professora de matemática para averiguar as estratégias utilizadas no ensino das operações com frações. Os resultados nos revelam um baixo índice de desempenho na resolução das quatro operações fundamentais com números fracionários. A análise dos erros cometidos por esses estudantes mostrou que conhecem algumas regras operatórias, entretanto, não sabem em qual operação devem aplicá-la. Para a superação dessas dificuldades, a docente indica o uso de recursos materiais e o ensino de diferentes procedimentos operatórios para que os alunos escolham qual utilizar.

Palavras-chave: Operações com frações. Dificuldades. Ensino fundamental.

DOI: 10.58203/Licuri. 20658

Como citar este capítulo:

FEITOSA, Jeferson de Almeida; ETCHEVERRIA, Teresa Cristina. Operações fundamentais com frações: erros cometidos por estudantes do 9º ano. In: OLIVEIRA, Habyhabanne Maia (Org.). **Estudos e Tendências da Educação do Século XXI**. Campina Grande: Licuri, 2023, p. 101-113.

ISBN: 978-65-85562-06-5

INTRODUÇÃO

No cotidiano das salas de aula é possível perceber que os alunos sentem demasiada dificuldade na aprendizagem de conceitos matemáticos, uma vez que o paradigma imposto pela sociedade impulsiona fortemente nessa dinâmica, gerando assim, um pensamento errôneo a respeito da matemática, que acaba sendo perpetuado por gerações e fazendo com que ela seja vista como algo pronto e acabado.

Nossa experiência no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) contribuiu para a constatação das dificuldades que os alunos apresentam ao operar com números fracionários e também em outros conteúdos matemáticos. Assim, ao participarmos da disciplina de Tópicos de Ensino de Matemática, tivemos nela a oportunidade de buscar constatar quais eram essas dificuldades para podermos refletir sobre como o ensino é proposto e o papel do professor nesse processo.

Ao refletir sobre o ensino e a aprendizagem das operações com frações se evidenciaram dificuldades de aprendizado que podem estar relacionadas a não compreensão do que é, de fato, uma fração e o que ela significa no contexto em que se apresenta. Ainda, conforme constatado por Etcheverria et al. (2019) há dificuldade em perceber que as regras operatórias são diferentes e sua aplicação é limitada àquela operação, ou seja, a regra operatória da multiplicação não pode ser aplicada em outra operação.

Uma das maiores dificuldades apresentadas pelos alunos em matemática, descrita por alguns pesquisadores, está centrada no cálculo com números fracionários. Atualmente, o que se percebe é a insuficiência do aluno quando se está trabalhando com as quatro operações fundamentais com frações, decorrente de fatores que estão entrelaçados com a escola e com o ensino, que na maioria das vezes, acaba por ser escasso e repassado visando apenas a inserção do indivíduo no mercado de trabalho.

Segundo Llinares e Sánchez (1988), os erros apresentados ao operar frações se devem a não compreensão total do conceito ou à aplicação de procedimentos errôneos. Percebe-se que o aluno que não consegue compreender o conceito de fração acaba por utilizar de forma errônea a estratégia que aprendeu. Isso pode ter relação com os métodos de ensino utilizados pelo professor, fazendo com que o discente não compreenda devidamente os processos operatórios que envolvem as frações.

Dessa forma, o papel do professor é um ponto crucial no desenvolvimento da

aprendizagem dos alunos, pois, como condutor da proposta de ensino, deve fazer uso de uma prática pedagógica que oportunize a compreensão de conceitos.

A aprendizagem de frações não se dá com definições prontas, nomenclatura obsoleta e pseudoproblemas sobre pizzas e barras de chocolates. Os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceitos tão delicados. Os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas. (LOPES, 2008, p. 8).

O autor ainda aborda sobre a importância dos professores conhecerem a história das frações e fazerem “uma reflexão crítica sobre o currículo, a prática e objetivos do ensino-aprendizagem da matemática” (LOPES, 2008, p. 21). Entender como foram construídos os conhecimentos matemáticos e de que forma são utilizados nas situações do cotidiano atual favorece para que a proposta de ensino desenvolvida pelo docente se afaste daquela concepção na qual a matemática é entendida como um conhecimento pronto, acabado e que agrega demasiada dificuldade.

Com isso, se o conceito de fração não for bem explorado pelo professor em sala de aula, acabará fazendo com que o aluno não consiga compreender os conceitos, acarretando a visão apenas de uma matemática abstrata. É interessante que o professor busque trabalhar de forma sistemática, priorizando ajudar seus alunos a superarem suas dificuldades, trabalhando o conteúdo de forma contextualizada.

O conteúdo pode distribuir-se gradualmente a partir da noção intuitiva de fração (metade, quarta parte e outros) com ênfase para problemas do cotidiano, a serem resolvidos com o uso de material, sem apelar para a representação simbólica ou regras operatórias. A redescoberta de todos os significados que uma fração envolve permitirá ao aluno construir um novo conceito de número racional e operar com ele. (FERNANDES, 2008, p. 7).

A utilização de materiais manipuláveis permite maior compreensão tanto dos conceitos envolvidos quanto das regras operatórias. Uma proposta de ensino que faz uso de diferentes recursos materiais, que prioriza a problematização e coloca o aluno na posição de sujeito-aprendiz tem potencial para promover o aprendizado das operações com

frações. Por outro lado, uma proposta de ensino pautada na memorização de regras pode propiciar que a aprendizagem não seja efetivada.

Quando a aprendizagem não é efetiva, apesar do ensino ter acontecido, quando os discentes estão resolvendo cálculos com números fracionários, acabam por confundir as regras. Fernandes (2008, p. 7) argumenta que “os alunos podem apresentar habilidades em manipular números racionais, sem necessariamente ter uma compreensão clara do conceito”, o que revela que os conceitos presentes nos procedimentos operatórios realizados por eles, não foram compreendidos.

Ainda, Santos e Fonseca (2019) destacam que a maior dificuldade apresentada pelos alunos no entendimento do conceito de frações é não compreender aquela representação como a divisão do todo em partes e adicionar ou subtrair frações com denominadores diferentes.

Essas ideias também são reforçadas por Silva e Almouloud (2008) ao ressaltarem a incompetência do aluno frente a cálculos simples com números fracionários, mostrando que não entende o assunto e não domina as regras (SILVA e ALMOULOU, 2008).

Assim, neste trabalho, buscamos identificar o desempenho de discentes do ensino fundamental nas operações com frações por meio da análise das estratégias resolutivas registradas no instrumento aplicado. Também, voltamos nosso olhar para a maneira como uma professora de Matemática do ensino fundamental ensina as operações fundamentais com frações.

METODOLOGIA

O trabalho tem uma abordagem qualitativa, porque visa constatar o desempenho dos discentes e quais estratégias foram utilizadas pelo professor para suprir as dificuldades deles. A coleta de dados foi realizada por meio de atividade e questionário. A atividade proposta aos estudantes continha dois itens para cada operação (adição, subtração, multiplicação e divisão), totalizando, assim, oito itens. As questões do instrumento são as mesmas aplicadas por Etcheverria et al. (2019).

Participaram da aplicação desse instrumento diagnóstico 14 alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola do município de Itabaiana - SE. A identificação do protocolo dos alunos se sucedeu da seguinte forma: o protocolo “A3A9” pertence ao estudante nº 3 (A3) da turma do nono ano A (A9).

O outro sujeito da pesquisa foi uma professora que ensina matemática em escola pública da Educação Básica do estado de Sergipe. No questionário aplicado à professora do ensino fundamental foi perguntado sobre como ensina o conceito de fração na sala de aula, em específico, as estratégias utilizadas para ensinar as operações fundamentais com números fracionários e as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Neste texto vamos nos referir a ela pela sigla PEF que significa Professora do Ensino Fundamental.

O instrumento aplicado aos estudantes do ensino fundamental foi analisado de forma quantitativa, segundo os acertos e os erros; e depois de forma qualitativa na discussão dos tipos de erros. Em relação ao professor, foi realizada uma análise textual com base na transcrição da entrevista realizada.

DESEMPENHO DOS ALUNOS ACERCA DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

A categorização das estratégias representadas no instrumento aplicado aos estudantes do ensino fundamental foi organizada de acordo com as seguintes categorias: correto, quando o estudante resolveu de forma correta; incorreto, quando o resultado está errado; em branco, quando não foi apresentada nenhuma resposta; e outras respostas, quando foi apresentado mais de uma resposta para um item ou foram registradas respostas aleatórias.

Tabela 1: Desempenho dos estudantes nas operações.

Operações	Adição				Subtração				Multiplicação				Divisão			
	1.1a		1.1b		1.2a		1.2b		1.3a		1.3b		1.4a		1.4b	
Item	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%
C	5	36	-	-	6	43	-	-	4	29	4	29	4	29	1	7
I	8	57	13	93	7	50	10	72	9	64	8	57	9	64	10	72
EB	-	-	-	-	-	-	1	7	-	-	1	7	-	-	1	7
OR	1	7	1	7	1	7	3	21	1	7	1	7	1	7	2	14
Total	14	100	14	100	14	100	14	100	14	100	14	100	14	100	14	100

Fonte: Banco de dados dos autores

Os dados da Tabela 1 reportam que quando os alunos operaram com frações de denominadores iguais, tanto na adição como na subtração, uma vez que as regras

operatórias são as mesmas para essas duas operações, eles tiveram um desempenho melhor do que quando estavam operando com frações com denominadores diferentes.

Analisando essa tabela, podemos perceber que o número de acertos no item “a” da adição (36%) e da subtração (43%) são muito próximos se considerarmos o total de estudantes, porém, era esperado um resultado maior nesse item, já que os alunos normalmente não apresentam dificuldades para realizar a soma de frações com o mesmo denominador (SILVA e ALMOULOU, 2008).

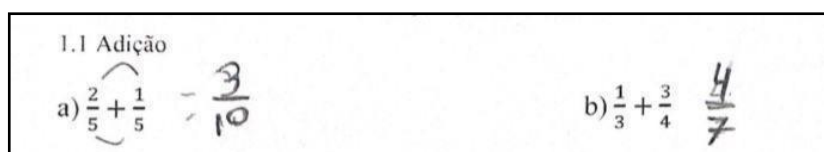
Por outro lado, no item “b” de ambas as operações, o percentual de acerto é nulo, isto é, nenhum aluno foi capaz de aplicar corretamente o uso das regras operatórias para somar e subtrair frações com denominadores diferentes.

Os dados da tabela revelam que na multiplicação de frações o percentual de acertos nos itens “a” e “b” foi o mesmo (29%). Esse resultado nos instigou questionamentos porque muitos estudantes erraram a adição por aplicarem uma regra análoga a da multiplicação, levando-nos a acreditar que se sairiam melhor na multiplicação.

Na divisão os resultados expostos na tabela nos revelam que o percentual dos alunos que acertou o item “a” foi de 29%, enquanto no item “b” foi de 7%. Observou-se que os alunos conseguiram ter um desempenho melhor de acertos nas operações com denominadores iguais, mesmo na operação divisão, na qual a regra para denominadores iguais e diferentes é a mesma.

ERROS MAIS COMUNS COMETIDOS PELOS ALUNOS

Para identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos ao operarem com frações, voltamos nosso olhar para as respostas incorretas. A seguir, destacamos os erros mais comuns cometidos por esse grupo de alunos ao realizar as quatro operações fundamentais com frações.



1.1 Adição

a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{4}{7}$

Figura 1. Protocolo do Aluno A3A9. Fonte: Autores (2023).

Para responder corretamente o item “a”, era necessário que o aluno soubesse aplicar a estratégia de resolução para frações com denominadores iguais, na qual conserva-se o denominador e soma-se os numeradores. Já no item “b” muda a regra a ser aplicada, pois se está diante de uma soma de frações com denominadores diferentes, que pode ser realizada corretamente utilizando o mínimo múltiplo comum (MMC) ou se trabalhando com a equivalência.

A Figura 1 nos mostra que o aluno A3A9 tanto no item “a” quanto no item “b” não aplicou corretamente as regras operatórias da adição, ele resolveu somando numerador com numerador e denominador com denominador. Entendemos que ele fez uma analogia com a regra da multiplicação de frações, o que nos mostra que ele conhece uma das regras operatórias, mas não sabe em qual operação deve utilizá-la.

1.1 Adição

a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{4}{7}$

Figura 2. Protocolo do Aluno A1A9. Fonte: Autores (2023).

O aluno A1A9 acertou o item “a”, sendo que somou os numeradores e conservou o denominador, mas errou o item “b”, uma vez que somou numerador com numerador e denominador com denominador, recaindo novamente na analogia com a regra da multiplicação.

1.2 Subtração

a) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$

b) $3 - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

Figura 3. Protocolo do Aluno A5A9. Fonte: Autores (2023).

Para realizar a subtração usamos as mesmas regras da adição. A representação escrita apresentada pelo aluno A5A9 mostra que ele operou corretamente quando os denominadores são iguais, ou seja, subtraiu os numeradores e conservou o denominador, isso no item “a”. No item “b” observa-se que ele aplicou o mesmo raciocínio, sem perceber que nesse item os denominadores são diferentes.

1.2 Subtração

a) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{0}$

b) $3 - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

Figura 4. Protocolo do Aluno A11A9. Fonte: Autores (2023).

O aluno A11A9 resolveu o item “a” incorretamente porque subtraiu tantos os numeradores quanto os denominadores, sinalizando a analogia com a regra da multiplicação, conforme comentado anteriormente. Não percebeu o erro mesmo tendo encontrado zero no denominador. No item “b” ele errou porque subtraiu os numeradores e conservou o denominador, método utilizado para frações com denominadores iguais e nesse item os denominadores são distintos.

Para realizar a multiplicação de frações multiplica-se numerador por numerador e denominador por denominador.

1.3 Multiplicação

a) $\frac{4}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{0}$

b) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{15}{14}$

Figura 5. Protocolo do Aluno A1A9. Fonte: Autores (2023).

O estudante A1A9 tanto no item “a” como no item “b” aplicou uma estratégia incorreta na sua resolução, ele fez uma multiplicação cruzada, isto é, multiplicou o numerador de uma fração pelo denominador da outra. Esse procedimento pode estar relacionado com o procedimento da divisão de frações, mas também pode estar associado ao que aprendeu sobre proporcionalidade de grandezas.

Na Figura 6 temos a resolução do estudante A14A9. Ele resolveu de forma incorreta os dois itens.

1.3 Multiplicação

a) $\frac{4}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

b) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{12}$

Figura 6. Protocolo do Aluno A14A9. Fonte: Autores (2023).

Observa-se que no item “a” ele multiplicou os numeradores e conservou o denominador, um procedimento utilizado na soma de frações com mesmo denominador. Enquanto no item “b”, ele multiplicou os numeradores e ao invés de também multiplicar os denominadores, ele somou. Esses erros sinalizam que esse estudante tem uma noção sobre o assunto, mas não compreendeu corretamente os processos operatórios.

Na divisão de frações os procedimentos mais utilizados são: multiplicar o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda, em seguida, multiplicamos o denominador da primeira fração pelo numerador da segunda; e multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda.

Para a divisão escolhemos comentar os protocolos dos estudantes A3A9 e A14A9. Eles erraram os dois itens.

1.4) Divisão

a) $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{3} : \frac{1}{5} = \frac{2}{8}$

Figura 7. Protocolo do Aluno A3A9. Fonte: Autores (2023).

A resolução apresentada pelo aluno A3A9 para o item “a” está incorreta. Observa-se que ele dividiu os numeradores e conservou o denominador, fazendo uma analogia ao processo aditivo de frações. No item “b” a resposta apresentada por esse aluno, nos induz a pensar que ele dividiu os numeradores, mas como a divisão dos denominadores não seria exata, ele optou por somar. Essas respostas também podem nos levar a pensar que o aluno resolveu operar com os algarismos que compõem o número fracionário sem pensar nos processos operatório das frações.

1.4) Divisão

a) $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{3} : \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$

Figura 8. Protocolo do Aluno A14A9. Fonte: Autores (2023).

No item “a” o aluno A14A9 realizou um procedimento análogo ao da regra da adição com denominadores iguais, uma vez que dividiu o “3” por “1” e conservou o “4”, ocasionando o erro. No item “b” pode-se inferir que o aluno realizou o produto dos meios e dividiu pelo produto dos extremos, demonstrando que conhece alguns procedimentos matemáticos, mas ainda não está competente nessas operações, pois não compreende que cada uma delas se consolida por meio de processos operatórios próprios.

ESTRATÉGIAS UTILIZADAS PARA ENSINAR OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Ao se identificar os erros cometidos pelos alunos, pensou-se que isso pode estar ocorrendo em virtude de inúmeros fatores, dentre eles, resolvemos olhar para a maneira que o ensino é realizado.

Segundo Nunes e Bryant (1997):

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. (NUNES e BRYANT, 1997, p.191).

Em virtude disso, o professor deve buscar meios de ensino que faça com que o discente consiga aprender o conceito de fração, para depois ensiná-lo a operar usando as regras adequadas. Quando o aluno consegue, de fato, aprender o significado do que é uma fração, será mais fácil para ele compreender as regras operatórias, deixando de lado o sistema decoreba e resolvendo operações de forma correta.

Geralmente, como já exposto, a maior dificuldade dos estudantes está em operar com frações com denominadores diferentes. A professora entrevistada afirma:

“Gosto de trabalhar as questões de frações equivalentes quando temos frações com denominadores diferentes, para que assim, eles consigam efetuar a soma ou a subtração, até porque os alunos não têm tanta dificuldade quando os denominadores são iguais, a dificuldade maior deles é quando os denominadores são diferentes” (PEF).

A dificuldade apresentada pela professora também é destacada por outros pesquisadores (SANTOS e FONSECA, 2019). A realização do procedimento operatório pelo caminho da utilização de frações equivalentes, conforme sugerido pela docente, impulsiona um processo de compreensão da operação. Também, o uso de recursos materiais ou jogos facilita a aprendizagem dos estudantes.

A professora destaca um exemplo de jogo que engloba tanto conceitos de frações, como também conceitos geométricos. Diz ela: *“uso um joguinho que são 16 quadrados pequenos, aí nos lados do quadrado, tem uma fração, aí esses 16 quadrados forma um quadrado maior, como se fosse um quebra-cabeça, e você só pode colocar um quadrado ao lado do outro, se as frações forem equivalentes”* (PEF).

A docente também destaca o uso de materiais manipuláveis. Para ela *“a melhor forma para ajudar o aluno é a utilização de materiais em que eles possam manipular”*, e explica: *“à medida que eles manuseiam, eu acho que eles conseguem aprender com maior facilidade”* (PEF). O manuseio de materiais possibilita que o aluno perceba as quantidades e identifique qual é maior e qual é menor, e ainda permite observar, pela representação no material, que embora a representação numérica seja feita com um número sobre o outro, ali temos somente uma quantidade e não duas, como muitos pensam, porque olham o numerador como uma quantidade e o denominador como outra.

Outra estratégia utilizada pela professora para tentar sanar as dificuldades dos alunos quando estão adicionando ou subtraindo frações com denominadores diferentes é usar o método da borboleta. Diz ela:

“[...] tento também usar o método da borboleta. Muitos professores trabalham naquela forma de calcular m.m.c. e acabou, então, o aluno chega com essa visão de que “ah é fração, denominadores diferentes e eu tenho que calcular m.m.c.”, então, assim, eu não deixo de trabalhar com m.m.c., mas eu mostro todas as possibilidades de se fazer” (PEF).

A fala da professora evidencia que ela busca ensinar diferentes procedimentos para que os estudantes possam escolher o caminho que consideram mais fácil. Ao ser questionada sobre como faria para ajudar um estudante que apresenta uma resolução igual a do aluno A3A9 (Figura 1), ou seja, alguém que para adicionar frações soma os numeradores e os denominadores, ela explica:

“Acredito que a melhor forma para ajudar o aluno seja a utilização de materiais em que eles possam manusear, por exemplo, o material dourado, e às vezes utilizando emborrachado. Eu faço um retângulo e peço para que eles imaginem que é uma barra de chocolate e em seguida eu a corto e divido em uma quantidade de partes, e aí eu vou trabalhando, pois a medida que eles manuseiam, eu acho que eles conseguem aprender com maior facilidade, logo pra mim, esse é o melhor caminho.”

Os caminhos citados pela professora de matemática do ensino fundamental sinalizam uma proposta de ensino que busca a compreensão dos conceitos, contudo, o desempenho dos estudantes nos reporta fragilidades nesse processo de ensino.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados mostram que os alunos tiveram maior dificuldade na resolução das operações nas quais as frações têm denominadores diferentes. Ainda, observou-se a utilização de regras operatórias de maneira equivocada, isto é, os alunos aplicaram a regra da multiplicação em operações de adição e subtração. Por conta disso, o desempenho deles ficou abaixo do esperado, pois não chegou a 50% em nenhuma das operações.

Embora nossa amostra seja pequena, foi possível perceber que eles conhecem as regras operatórias para cálculos fracionários, contudo, as respostas incorretas sinalizam que não houve uma compreensão do processo operatório, por isso eles aplicam as regras em qualquer operação, mostrando que não percebem que são processos diferentes.

No que se refere aos métodos de ensino aplicados pela professora, é perceptível que a mesma busca mostrar diversas maneiras de se trabalhar com frações para que os estudantes escolham qual procedimento utilizar. Vale destacar que a fala da docente ressalta a necessidade do uso de recursos materiais e jogos como forma de complementar as explicações, dessa forma, sinalizamos para a realização de um processo de ensino que priorize a representação das quantidades fracionárias e o trabalho com as frações equivalentes.

REFERÊNCIAS

ETCHEVERRIA, T. C.; AQUINO, V. J. L.; OLIVEIRA, J. S.; LISBOA, C. C. Reflexões acerca do desempenho e das dificuldades de estudantes da educação básica e superior nas operações com frações. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, N°. 2, 2019, p. 71 - 88.

FERNANDES, Sueli Fátima Homon. *As Frações do dia a dia*. Ponta Grossa, PR, 2008.

LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. V. *Fracciones: la relacion parte-todo*. Madrid: Sintesis, 1988.

LOPES, José Antônio. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. *BOLEMA*, Rio Claro, SP, n. 31, p. 01-22, 2008.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*, Porto Alegre, 1997.

SANTOS, R.; FONSECA, S. S. Dificuldades dos alunos do 7º ano do ensino fundamental em aprender frações. *Revista Insignare Scientia*. v. 02. n. 01, jan./abr. 2019.

SILVA, M. J. F.; ALMOULOU, S. As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo. *BOLEMA*, Rio Claro (SP), Ano 21, n. 31, p. 55-78, 2008.